四庫全書

子部

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷二十七

體部五

各等面體

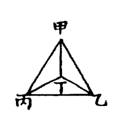
各等面體

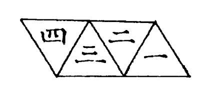
設如四面體每邊一尺二寸求積幾何

法以每邊一尺二寸為弦每邊折半得六寸為勾求得股一尺零三分九釐二豪三絲零四微有餘為每一面之中垂線與每邊一尺二寸相乘折半得六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘為每一面之面積又以每邊一尺二寸為弦每一面之中垂線取其三分之



二得六寸九分二釐八豪二絲零二微有餘為勾求得股九寸七分九釐七豪九絲五忽九微有餘為四面體自尖至底中心之立垂線或以每一面之中垂線一尺零三分九釐二豪三絲零四微有餘為弦每一面之中垂線取其三分之一得三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘為勾亦得股九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘為四面體自尖





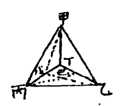
至底之中之立垂線以此立垂線與每一面之面積六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘相乘三歸之得二百零三寸六百四十六分七百三十七釐有餘即四面體之積也如圖甲乙丙丁四面體其稜六角四平鋪之則面亦四各成一等邊三角形試以乙丙丁之一面為底以乙丙一邊為弦丁丙一邊折半得戊丙為勾求得乙戊股與甲戊



等即每一面之中垂線與丁丙一邊相乘折半得乙丙丁底面積又以甲丙一邊為弦己丙中垂線之三分之二為勾求得甲己股為自尖至底中心之立垂線或以甲戊每一面之中垂線為弦己戊中垂線之三分之一為勾亦得甲己股為自尖至底中心之立垂線乃以甲己立垂線與乙丙丁底面積相乘三歸之即得甲乙丙丁四面體之積也



又求自尖至底中心之立垂線捷法以每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸三歸二因得九十六寸開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘即自尖至底中心之立垂線也此法蓋因甲丙為弦戊丙為勾求得甲戊股則甲戊自乘方為甲丙自乘方之四分之三見等邊三角形求中垂線法又甲戊為弦己戊為勾求得甲己股則甲己自乘方為甲戊自



乘方之九分之八己戊為甲戊三分之一則甲戊自乘方為九分己戊自乘方為一分甲己自乘方為八分甲戊自乘方既為甲丙自乘方四分之三令命甲戊自乘方為甲丙自乘方十二分之九而甲己自乘方又為甲戊自乘方九分之八則甲己自乘方必為甲丙自乘方十二分之八即三分之二故以一邊自乘三歸二因得甲己自乘方積而開方得甲己為立垂線之高數也

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一六四九六五八
三率	三
四率	九七九七九五八

又用知一邊求高數之定率比例求自尖至底中心之立垂線以定率之四面體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率四面體之立垂線八一六四九六五八為二率今所設之四面體之每邊一尺二寸為三率求得四率九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘即四面體自尖至底中心之立垂線也

又用邊線相等體積不同之定率比例

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率　二七八五一一三九

三率　一七二八

四率　二〇三六四六七五〇

以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率四面體積一一七八五一一二九為二率今所設之四面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為三率求得四率二百零三寸六百四十六分七百五十釐有餘即四面體之積也葢四面體之每一邊為一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇而四面體

之每一邊一〇〇〇所得之四面體積為一一七八五一一二九故以子丑寅卯四面體之每邊一尺自乘再乘之辰巳午未正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑寅卯四面體積一一七八五一一二九之比即同於今所設之甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸自乘再乘之戊己庚辛正方體積一尺七百二十八寸與今所得之甲乙丙丁四面

體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐有餘之比也

又用體積相等邊線不同之定率比例以定率之四面體之每邊二〇三九六四八九〇為一率正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之四面體之每邊一尺二寸為三率求得四率五寸八分八釐三毫三絲六忽五微有餘為與四面體積相等之正方體每

一率 二〇三九六四八九〇
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 三
四率 五八八三三六五

邊之數自乘再乘得二百零三寸六百四十六分七百釐有餘即四面體之積也蓋四面體之每邊為二〇三九六四八九〇正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇則兩體積相等故以子丑寅卯四面體之每邊二〇三九六四八九〇與辰巳午未正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比即同於今所設之甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸與

今所得之戊己庚辛正方體之每邊五寸八分八釐三毫三絲六忽五微有餘之比既得一邊自乘再乘得戊己庚辛正方體積即與甲乙丙丁四面體之積為相等也

如有四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之定率比例以定率之四面體積一一七八五一一二九為

一率　一七八五二三九
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　二〇三六四六七五〇
四率　一七二八

一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐為三率求得四率一尺七百二十八寸開立方得一尺二寸即四面體之每一邊也此法葢因四面體之每邊與正方體之每邊相等四面體積與正方體積不同故先定為體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　二〇三九六四八九〇
三率　　五八八三三六五
四率　一二

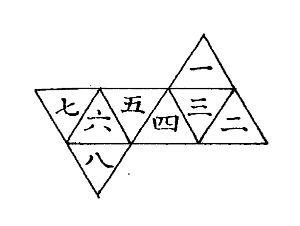
又法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率四面體之每邊二〇三九六四八九〇為二率今所設之四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐開立方得五寸八分八釐三毫三絲六忽五微有餘為三率求得四率一尺二寸即四面體之每一邊也

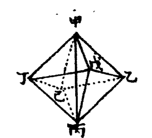
此法葢因四面體積與正方體積相等

四面體之每邊與正方體之每邊不同故以四面體積先開立方得正方體之每邊而後為線與線之比例也

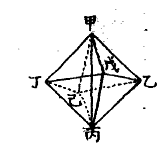
設如八面體每邊一尺二寸求積幾何

法以八面體分作二尖方體算之將每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸為二尖方體之共底面積又以每邊自乘之一尺四十四寸倍之得二尺八十八寸開平方得一尺六寸九分七釐零五





絲六忽二微有餘為二尖方體之共高即八面體之對角斜線以此斜線與二尖方體之共底面積一尺四十四寸相乘三歸之得八百一十四寸五百八十六分九百七十六釐有餘即八面體之積也如圖甲乙丙丁戊己八面體其稜十二角六平鋪之則面為八各成一等邊三角形自體正中對四角平分截之則戊甲乙己丁戊丙乙戊丁己二尖方



體甲丙為二尖方體之共高即甲乙丙丁正方形之對角斜線故以戊乙一邊自乘得戊乙己丁正方面積為二尖方體之共底又以戊乙己丁正方面積倍之開平方即如甲乙為乙丙為股各自乘相併開方得甲丙弦為八面體之對角斜線即二尖方體之共高以此共高與戊乙己丁二尖方體之底面積相乘三歸之得二尖方體積即八面體之

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	四七一四〇四五二一
三率	一七二八
四率	八一四五八七〇一二

總積也

又用邊線相等體積不同之定率比例以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率八面體積四七一四〇四五二一為二率今所設之八面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為三率求得四率八百一十四寸五百八十七分一十二釐有餘即八面體之積也葢八面體之每一邊為

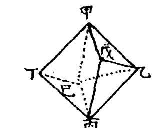
一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇而八面體體之每一邊一〇〇〇所得之八面體積為四七一四〇四五二一故以子丑寅卯辰巳八面體之每邊一尺自乘再乘之午未申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑寅卯辰巳八面體積四七一四〇四五二一之比即同於今所設之甲乙丙丁戊巳八面體之每邊

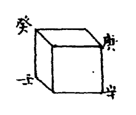
一率 一二八四八九八二九
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 二三
四率 九三三九二六

一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方體積一尺七百二十八寸與今所得之甲乙丙丁戊己八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐有餘之比也

又用體積相等邊線不同之定率比例以定率之八面體之每邊一二八四八九八二九為一率正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之八

面體之每邊一尺二寸為三率求得四率九寸三分三釐九毫二絲六忽有餘為與八面體積相等之正方體每邊之數自乘再乘得八百一十四寸五百八十六分八百五十六釐有餘即八面體之積也蓋八面體之每邊為一二八四八九八二九正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇則兩體積相等故以子丑寅卯辰巳八面體之每邊一二八四





八九八二九與午未申酉正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇之比即同於今所設之甲乙丙丁戊己八面體之每邊一尺二寸與今所得之庚辛壬癸正方體之每邊九寸三分三釐九毫二絲六忽有餘之比既得一邊自乘再乘得庚辛壬癸正方體積即與甲乙丙丁戊己八面體之積為相等也

如有八面體積八百一十四寸五百八

一率　四七一四〇四五二
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　八四五八七〇三
四率　一七二八

十七分一十二釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之定率比例以定率之八面體積四七一四〇四五二為一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐為三率求得四率一尺七百二十八寸開立方得一尺二寸即八面體之每一邊也此法蓋因八面體之每邊與正方體之

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一三八四八九八二九
三率	九三三九二六
四率	三

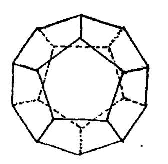
每邊相等八面體積與正方體積不同故先定為體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

又法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率八面體之每邊一二八四八九八二九為二率今所設之八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐開立方得九寸三分三釐

九豪二絲六忽有餘為三率求得四率一尺二寸即八面體之每一邊也此法益因八面體積與正方體積相等八面體之每邊與正方體之每邊不同故以八面體積先開立方得正方體之每邊而後為線與線之比例也

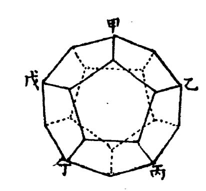
設如十二面體每邊一尺二寸求積幾何

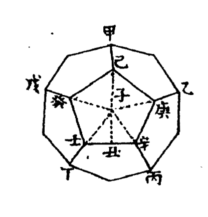
法以十二面體分作十二五角尖體算之將每邊一尺二寸求得五等邊形之



分角線為一尺零二分零七豪八絲零九微有餘自中心至每邊之垂線為八寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘面積為二尺四十七寸七十四分八十七釐三十豪有餘乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九為一率全分一〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之每邊一尺二寸為三率求得四率一尺九寸四分一釐六豪四絲零七微有

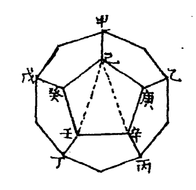
餘為每一面兩角相對之斜線又用理分中末線之大分六一八〇三三九九為一率全分一〇〇〇〇〇〇〇為二率今所得之每一面兩角相對之斜線折半得九寸七分零八豪二絲零三微有餘為三率求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零二微有餘為十二面體之中心至每邊正中之斜線乃以此斜線為弦每一面中心至邊之垂線八

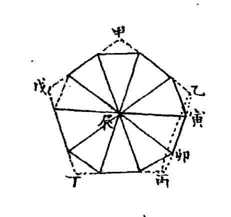




寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘為勾求得股一尺三寸三分六釐二豪一絲九忽六微有餘為十二面體之中心至每一面中心之立垂線爰以此立垂線與每一面積二尺四十七寸七十四分八十七釐三十豪有餘相乘三歸之得一尺一百零三寸四百八十九分零二十九釐有餘為一五角尖體積十二因之得一十三尺二百四十一寸八

百六十八分三百四十八釐有餘即十二面體之總積也如圖甲乙丙丁戊十二面體其稜三十角二十平鋪之則面十二各成一等邊五角形先求得已庚辛壬癸五等邊形之子已類分角線又求得子丑自中心至每邊之垂線復求得已庚辛壬癸五等邊形之面積次以辛壬一邊為大分已辛丙角相對斜線為全分故辛壬與已辛之比同於理分





中末線之大分與全分之比而得兩角相對之斜線又自十二面體之正中截之則成十等邊面形而其所截之處皆正當每邊之一半故其所截之寅卯等線亦為乙丙兩角相對斜線（與己辛等）之一半而為十等邊形之一邊故寅卯與辰寅之比又同於理分中末線之大分與全分之比而得十二面體之中心至每邊正中之斜線乃以辰寅斜線為弦

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率　七六六三一一八九〇三

三率　一七二八

四率　一三二四二八六九四六四

每面中心至每邊之子丑垂線為勾求得辰子股即十二面體中心至每面中心之立垂線以此辰子立垂線與巳庚辛壬癸一面積相乘三歸之得辰巳庚辛壬癸一五角尖體積十二因之即得甲乙丙丁戊十二面體之總積也

又用邊線相等體積不同之定率比例以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率十二面體積七六六三

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率　七六六三一一八九〇三

三率　一七二八

四率　一三二四八六九四六四

一一八九〇三為二率今所設之十二面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為三率求得四率一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐有餘即十二面體之積也蓋十二面體之每一邊為一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇而十二面體之每一邊一〇〇〇所得之十二面體積為七

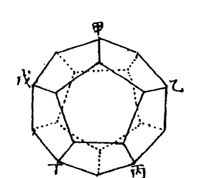
六六三一一八九〇三故以子丑寅夘辰十二面體之每邊一尺自乘再乘之巳午未申正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑寅夘辰十二面體積七六六三一一八九〇三之比即同於今所設之甲乙丙丁戊十二面體之每邊一尺二寸自乘再乘之乙庚辛壬正方體積一尺七百二十八寸與今所得之甲乙丙丁戊十二面體積一十三尺二

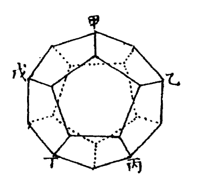
一率　五〇七二二三〇七
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　一二
四率　二三六五八二七六

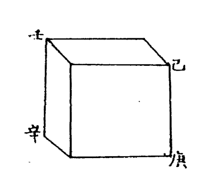
百四十一寸八百六十九分四百六十四釐有餘之比也

又用體積相等邊線不同之定率比例以定率之十二面體之每邊五〇七二二三〇七為一率正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之十二面體之每邊一尺二寸為三率求得四率二尺三寸六分五釐八豪二絲七忽六微有餘為與十二面體積相等之

正方體每邊之數自乘再乘得一十三尺二百四十一寸八百六十八分八百四十八釐有餘即十二面體之積也葢十二面體之每邊為五〇七二二二〇七正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇則兩體積相等故以子丑寅夘辰十二面體之每邊五〇七二二二〇七與巳午未申正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比即同於今所設之甲







乙丙丁戊十二面體之每邊一尺二寸與今所得之已庚辛壬正方體之每邊二尺三寸六分五釐八豪二絲七忽六微有餘之比既得一邊自乘再乘得已庚辛壬正方體積即與甲乙丙丁戊十二面體之積為相等也

如有十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之

一率　七六六三一一八九○三

二率　一○○○○○○○○○

三率　一三二四一八六九四六四

四率　一七二八

定率比例以定率之十二面體積七六六三一一八九○三為一率正方體積一○○○○○○○○○為二率今所設之十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐為三率求得四率一尺七百二十八寸開立方得一尺二寸即十二面體之每一邊也此法葢因十二面體之每邊與正方體之每邊相等十二面體積與正方

體積不同故先定為體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

又法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率十二面體之每邊五〇七二二〇七為二率今所設之十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐開立方得二尺三寸六分五釐八毫二絲七忽

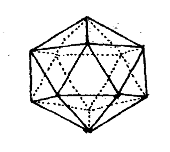
一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　五〇七二二〇七
三率　二二六五八二七六
四率　三

六微有餘為三率求得四率一尺二十
即十二面體之每一邊也此法葢因十
二面體積與正方體積相等十二面體
之每邊與正方體之每邊不同故以十
二面體積先開立方得正方體之每邊
而後為線與線之比例也

設如二十面體每邊一尺二寸求積幾何

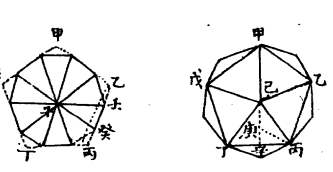
法以二十面體分作二十三角尖體算
之將每邊一尺二寸求得三等邊形之

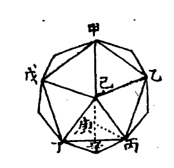
分角線為六寸九分二釐八豪二絲零二微有餘自中心至每邊之垂線為三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘面積為六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九為一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之每邊一尺二寸折半得六寸為三率求得四率九寸七分零八豪二絲零三微有



餘為二十面體之中心至每邊正中之斜線乃以此斜線為弦每一面中心至邊之垂線三寸四分六釐四毫一絲零一微有餘為勾求得股九寸零六釐九毫一絲三忽五微有餘為二十面體之中心至每一面中心之立垂線爰以此立垂線與每一面積六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘相乘三歸之得一百八十八寸四百九十八分四

百一十五釐有餘為一三角尖體積二十因之得三尺七百六十九寸九百六十八分三百釐有餘即二十面體之總積也如圖甲乙丙丁戊二十面體其稜三十角十二平鋪之則面二十各成一等邊三角形先求得己丙丁三等邊形之己庚類分角線又求得庚辛自中心至每邊之垂線復求得己丙丁三等邊形之面積次自二十面體之正中截之





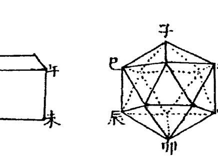
則成十等邊之面形而其所截之處皆正當每邊之一半故其所截之壬癸等線亦為乙丙每邊之一半而為十等邊形之一邊故壬癸與子壬之比同於理分中末線之大分與全分之比而得二十面體之中心至每邊正中之斜線乃以子壬斜線為弦每面中心至每邊之庚辛垂線為勾求得子庚股即二十面體中心至每面中心之立垂線以此子

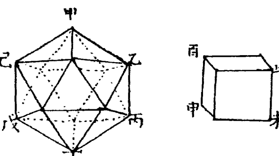
一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　二八一六九四九六九
三率　一七二八
四率　三七六九九六八九〇六

庚立垂線與己丙丁一面積相乘三歸之得子己丙丁一三角尖體積二十因之即得甲乙丙丁戊二十面體之總積也

又用邊線相等體積不同之定率比例以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率二十面體積二一八一六九四九九六九九為二率今所設之二十面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一

尺七百二十八寸為三率求得四率三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐有餘即二十面體之積也葢二十面體之每一邊為一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇而二十面體之每一邊一〇〇〇所得之二十面體積為二一八一六九四九六九故以子丑寅卯辰巳二十面體之每一邊一尺自乘再乘之午未

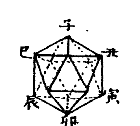


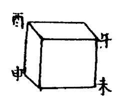


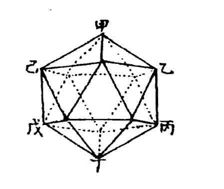
申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇與子丑寅卯辰巳二十面體積二一八一六九四九六九之比即同於今所設之甲乙丙丁戊己二十面體之每邊一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方體積一尺七百二十八寸與今所得之甲乙丙丁戊己二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐有餘之比也

一率　七七〇二五三四
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　三
四率　一五五六三六九

又用體積相等邊線不同之定率比例以定率之二十面體之每邊七七一〇二五三四為一率正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之二十面體之每邊一尺二寸為三率求得四率一尺五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘為與二十面體積相等之正方體每邊之數自乘再乘得三尺七百六十九寸九百六十八分四百四十九釐







有餘即二十面體之積也葢二十面體之每邊為七七一〇二五三四正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇則兩體積相等故以子丑寅夘辰巳二十面體之每邊七七一〇二五三四與午未申酉正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇之比即同於今所設之甲乙丙丁戊巳二十面體之每邊一尺二寸與今所得之庚辛壬癸正方體之每邊一尺

一率 二一八一六九四九六九
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 三七六九九六八九〇六
四率 一七二八

五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘之比既得一邊自乘再乘得庚辛壬癸正方體積即與甲乙丙丁戊己二十面體之積為相等也

如有二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之定率比例以定率之二十面體積二一八一六九四九六九為一率正方體積一〇〇

一率　二八六六九四九六九
二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率　三七六九九六八九〇六
四率　一七二八

〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百零六釐為三率求得四率一尺七百二十八寸開立方得一尺二寸即二十面體之每一邊也此法蓋因二十面體之每邊與正方體之每邊相等二十面體積與正方體積不同故先定為體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

一率	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	七七一〇二五三四
三率	一五五六三六九
四率	三

又法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇為一率二十面體之每邊七七一〇二五三四為二率今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分八百七十八釐開立方得一尺五寸五分六釐三毫六絲九忽有餘為三率求得四率一尺二寸即二十面體之每一邊也此法葢因二十面體積

與正方體積相等二十面體之每邊與正方體之每邊不同故以二十面體積先開立方得正方體之每邊而後為線與線之比例也

乾隆御覽之寶

欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊下編卷二十九

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄録監生臣秘鍾瑭

繪圖監生臣周濬

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷二十八

體部六

球內容各等面體

球外切各等面體

球内容各等面體

設如圓球徑一尺二寸求内容四面體之每一邊及體積幾何

法以圓球徑一尺二寸三歸二因得八寸為圓球内容四面體自尖至每面中心之立垂線自乘得六十四寸二歸三因得九十六寸開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘即圓球内容四面體之每一邊也乃以四面體之

每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積四十一寸五十六分九十二釐一十九毫有餘與自尖至每面中心之立垂線八寸相乘得三百三十二寸五百五十三分七百五十釐有餘三歸之得一百一十寸八百五十一分二百五十釐有餘即圓球內容四面體之積也如圖甲乙圓球徑一尺二寸內容甲丙丁戊四面體甲己與丙庚俱為自尖

至每面中心之立垂線相交於辛為四面體之中心亦即圓球之中心甲辛與丙辛俱為圓球半徑甲己壬勾股形與甲庚辛勾股形為同式形甲己壬勾股形以甲己自尖至底中心立垂線為股己壬一面中垂線之三分之一為勾甲壬一面中垂線為弦甲庚辛勾股形以甲庚一面中垂線之三分之二為股庚辛四面體中心至每面中心之垂線為勾甲辛四面體自尖至中心立垂線為弦故兩勾股形同用一甲角丙己角庚角同為直角其壬角與辛角亦必相等所以為同式形也己壬為丙壬一面中垂線之三分之

一亦為甲壬一面中垂線之三分之一故庚辛亦必為甲辛四面體自尖至中心立垂線之三分之一而甲辛即圓球之半徑故庚辛亦為圓球半徑之三分之一庚辛與辛己等今命甲辛圓球半徑為三分則甲乙圓球全徑為六分以辛己一分與甲辛三分相加則得甲己四分是甲己立垂線為甲乙圓球全徑之六分之四即三分之二故以甲乙圓

球徑三歸二因即得甲己為四面體自尖至每面中心之立垂線也又四面體之立垂線自乘方為每邊自乘方之三分之二（見前四面體求積法）故以甲己立垂線自乘二歸三因即得每一邊自乘方積開平方得甲丙為四面體之每一邊也既得一邊則用等邊三角形求面積法求得丙丁戊三角形面積與甲己立垂線相乘三歸之即得甲丙丁戊四面體之

積也

又求邊捷法以圓球徑一尺二寸自乘三歸二因得九十六寸開平方亦得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘為內容四面體之每一邊也蓋四面體之甲己立垂線既為甲乙圓球徑之三分之二則甲己自乘方必為甲乙自乘方之九分之四而甲己自乘方又為甲丙每邊自乘方之三分之二即六分之

四則甲丙每一邊自乘方必為甲乙圓球徑自乘方之九分之六即三分之二故以圓球徑自乘三歸二因開平方亦得四面體之每一邊也如有四面體之一邊求外切圓球徑則先求得自尖至每面中心之立垂線二歸三因即圓球徑或以一邊自乘二歸三因開平方亦即得圓球徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一六四九六五八
三率	三
四率	九七九七九五八

以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容四面體之一邊八一六四九六五八為二率令所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘即圓球內容四面體之一邊也

又用求球內各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 六四一五〇〇二九
三率 一七二八
四率 一一〇八五一二五〇

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一二二五一七五三〇
三率 九〇四七七八六八四
四率 一一〇八五一二四九

球内容四面體積六四一五〇〇二九為二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一千七百二十八寸為三率求得四率一百一十寸八百五十一分二百五十釐有餘即圓球内容四面體之積也

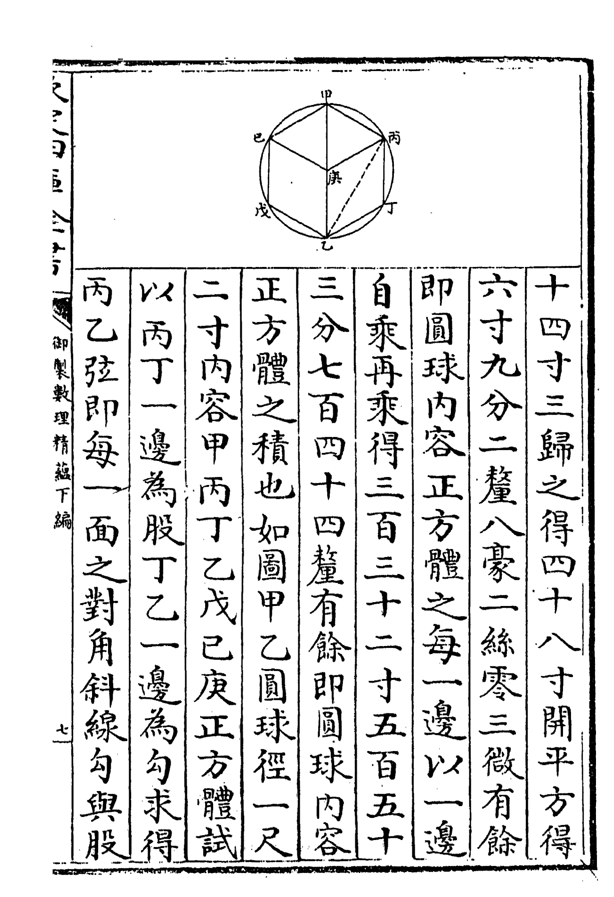
又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球内容四面體積一二二五一七五

三〇為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率一百一十寸八百五十一分二百四十九釐有餘即圓球內容四面體之積也

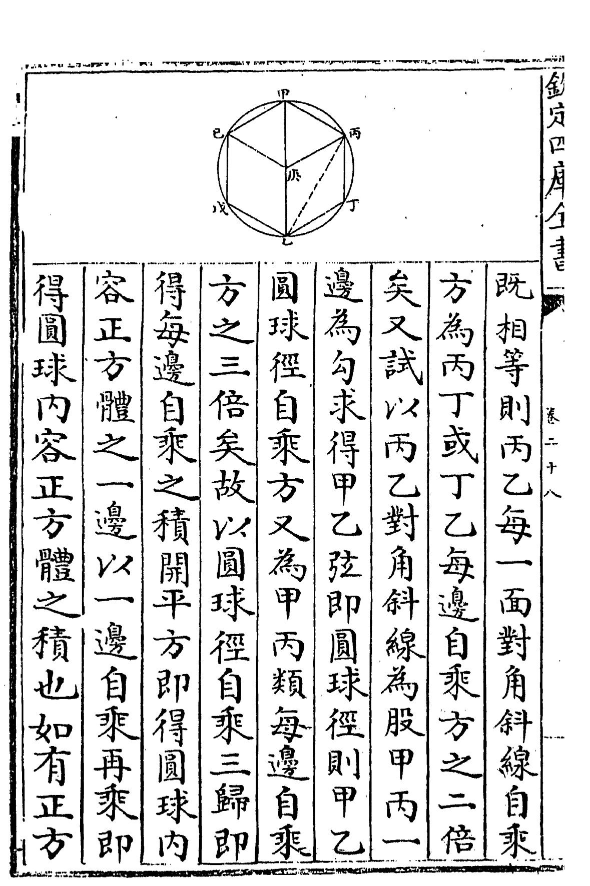
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二二五一七五三〇
三率	九〇四七七八六八四
四率	一一〇八五一二四九

設如圓球徑一尺二寸求內容正方體之每一邊及體積幾何

法以圓球徑一尺二寸自乘得一百四



十四寸三歸之得四十八寸開平方得六寸九分二釐八毫二絲零三微有餘即圓球内容正方體之每一邊以一邊自乘再乘得三百三十二寸五百五十三分七百四十四釐有餘即圓球内容正方體之積也如圖甲乙圓球徑一尺二寸内容甲丙丁乙戊己庚正方體試以丙丁一邊為股丁乙一邊為勾求得丙乙弦即每一面之對角斜線勾與股



既相等則丙乙每一面對角斜線自乘方為丙丁或丁乙每邊自乘方之二倍矣又試以丙乙對角斜線為股甲丙一邊為勾求得甲乙弦即圓球徑則甲乙圓球徑自乘方又為甲丙類每邊自乘方之三倍矣故以圓球徑自乘三歸即得每邊自乘之積開平方即得圓球內容正方體之一邊以一邊自乘再乘即得圓球內容正方體之積也如有正方

一率	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	五七七三五〇二六
三率	二
四率	六九二八二〇三

體之一邊求外切圓球徑則以一邊自乘三因之開平方即得圓球徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容正方體之一邊五七七三五〇二六為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率六寸九分二釐八毫二絲零三微有餘即圓球內容正方體之一邊也

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一九二四五〇〇六
三率 一七二八
四率 三三二五五三七四八

又用求球內各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容正方體積一九二四五〇〇八六為二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一千七百二十八寸為三率求得四率三百三十二寸五百五十三分七百四十八釐有餘即圓球內容正方體之積也

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

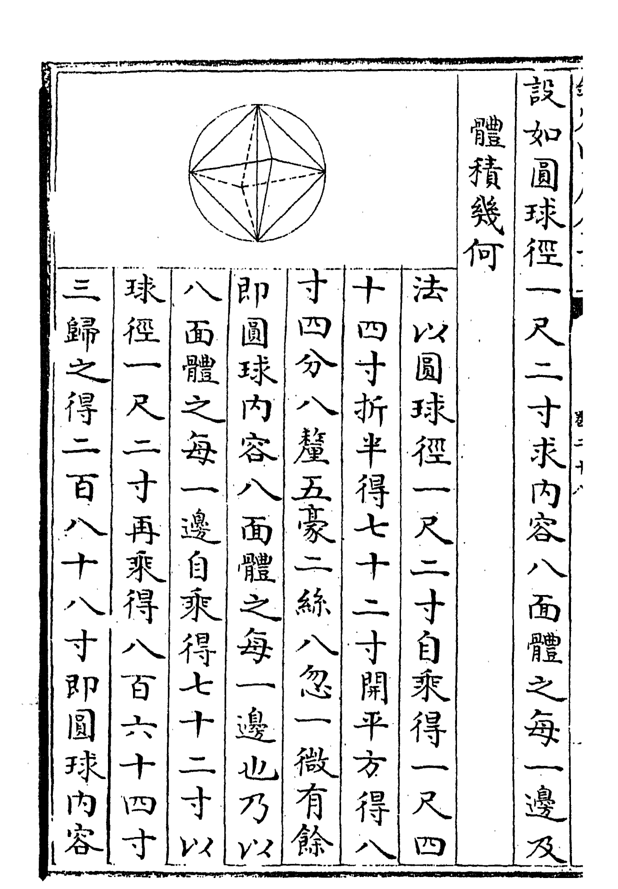
二率 三六七五五二五九〇

三率 九〇四七七八六八四

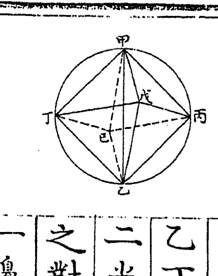
四率 三三二五五三七四八

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容正方體積三六七五五二五九〇為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率三百三十二寸五百五十三分七百四十八釐有餘即圓球內容正方體之積也

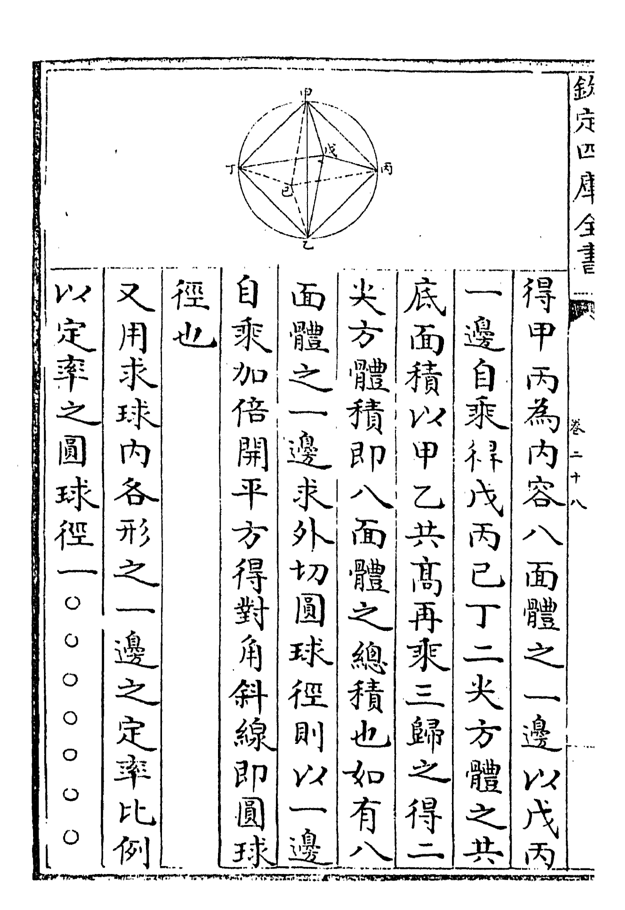
設如圓球徑一尺二寸求內容八面體之每一邊及體積幾何



法以圓球徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸折半得七十二寸開平方得八寸四分八釐五豪二絲八忽一微有餘即圓球內容八面體之每一邊也乃以八面體之每一邊自乘得七十二寸以球徑一尺二寸再乘得八百六十四寸三歸之得二百八十八寸即圓球內容



八面體之積也如圖甲乙圓球徑一尺二寸內容甲丙乙丁戊己八面體自正中對四角平分截之則成甲丙己丁戊乙丁戊丙己二尖方體甲乙圓球徑為二尖方體之共高即甲丙乙丁正方面之對角斜線試以甲丙一邊為股乙丙一邊為勾則甲乙球徑為弦勾與股既相等則甲乙自乘方為甲丙自乘方之二倍故以甲乙球徑自乘折半開方即



得甲丙為内容八面體之一邊以戊丙一邊自乘併戊丙己丁二尖方體之共底面積以甲乙共高再乘三歸之得二尖方體積即八面體之總積也如有八面體之一邊求外切圓球徑則以一邊自乘加倍開平方得對角斜線即圓球徑也

又用求球内各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 七〇七一〇六七八
三率 三
四率 八四八五二八一

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一六六六六六六六六
三率 一七二八
四率 二八八

〇為一率圓球內容八面體之一邊七〇七一〇六七八為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率八寸四分八釐五毫二絲八忽一微有餘即圓球內容八面體之一邊也

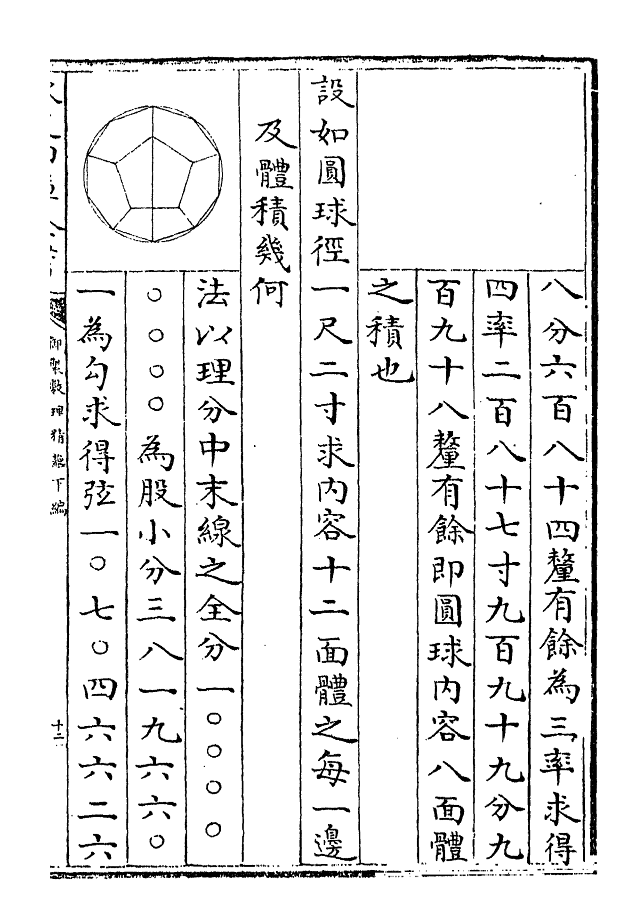
又用求球內各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容八面體積一六六六六六六六

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一六六六六六六六六六
三率 一七二八
四率 二八八

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 三一八三〇九八八五
三率 九〇四七七八六六四
四率 二八七九九九九九八

六為二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一千七百二十八寸為三率求得四率二百八十八寸即圓球內容八面體之積也

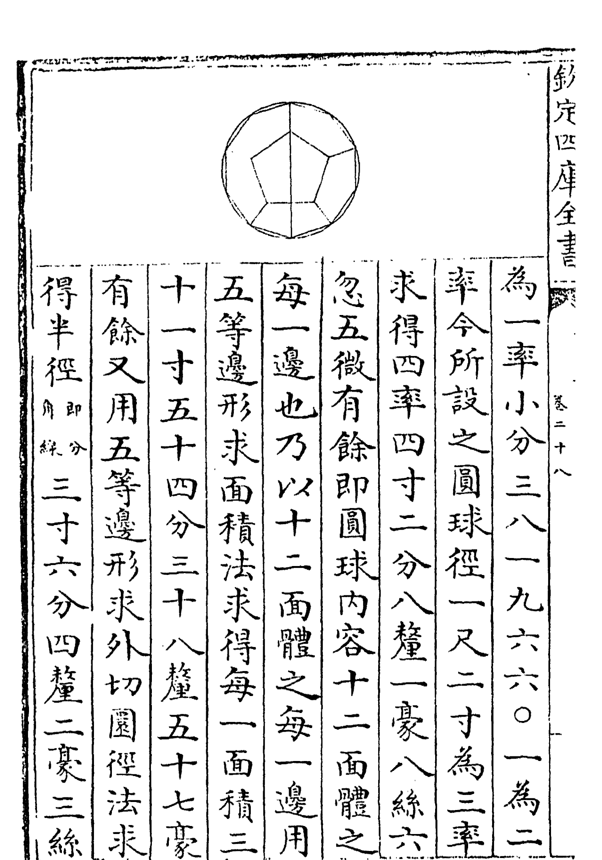
又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容八面體積三一八三〇九八八八五為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十



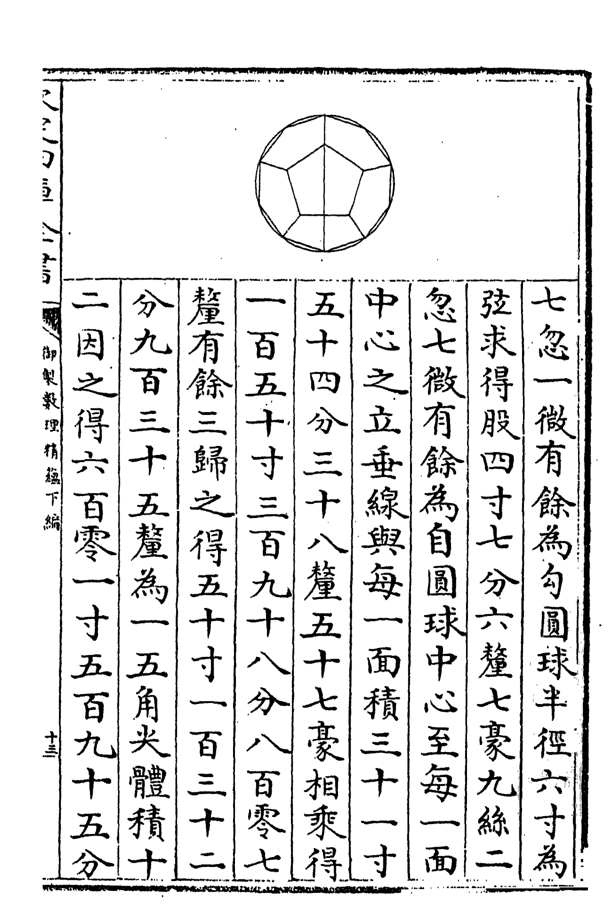
八分六百八十四釐有餘為三率求得四率二百八十七寸九百九十九分九百九十八釐有餘即圓球內容八面體之積也

設如圓球徑一尺二寸求內容十二面體之每一邊及體積幾何

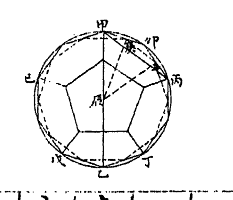
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為股小分三八一九六六〇一為勾求得弦一〇七〇四六六二六



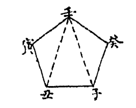
為一率小分三八一一九六六〇一為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率四寸二分八釐一毫八絲六忽五微有餘即圓球內容十二面體之每一邊也乃以十二面體之每一邊用五等邊形求面積法求得每一面積三十一寸五十四分三十八釐五十七毫有餘又用五等邊形求外切圜徑法求得半徑（即分角線）三十六分四釐二毫三絲



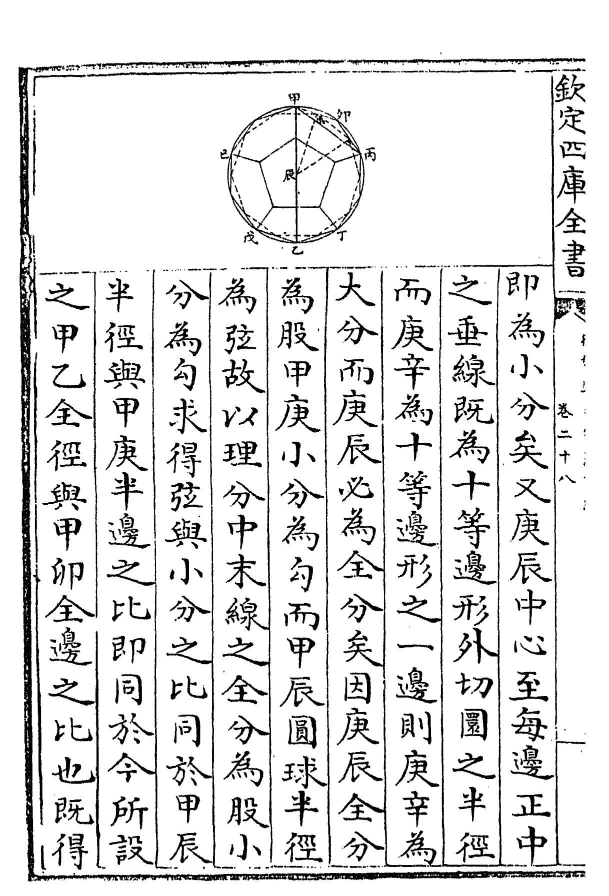
七忽一微有餘為勾圓球半徑六寸為弦求得股四寸七分六釐七毫九絲二忽七微有餘為自圓球中心至每一面中心之立垂線與每一面積三十一寸五十四分三十八釐五十七毫相乘得一百五十寸三百九十八分八百零七釐有餘三歸之得五十寸一百三十二分九百三十五釐為一五角尖體積十二因之得六百零一寸五百九十五分



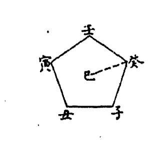
二百二十釐有餘即圓球内容十二面體之總積也如圖甲乙圓球徑一尺二寸内容甲丙丁戊己十二面體自正中平分截之則成十等邊面形其所截之處皆正當每邊之一半故其所截之庚辛等線亦為甲丙兩角相對斜線之一半而為十等邊形之一邊試自十二面體之甲卯一邊正中至中心辰作庚辰垂線即為所截十等邊形外切圜之半



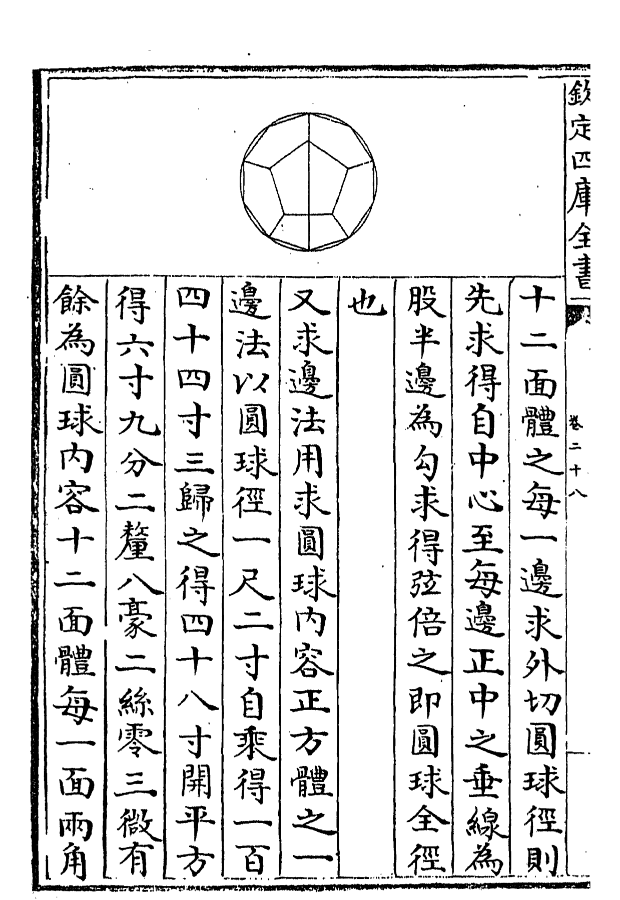
徑與甲庚每邊之半甲辰圓球半徑共成甲庚辰勾股形庚辰為股甲庚為勾甲辰為弦庚辰即如理分中末線之全分甲庚即如理分中末線之小分何以知之蓋十二面體每面之壬子兩角相對斜線（與甲丙等）為全分則子丑一邊（與甲卯等）為大分若以壬子兩角相對斜線為大分則子丑一邊為小分兩角相對斜線之一半庚辛為大分則每邊之半甲庚



即為小分矣又庚辰中心至每邊正中之垂線既為十等邊形外切圜之半徑而庚辛為十等邊形之一邊則庚辛為大分而庚辰必為全分矣因庚辰全分為股甲庚小分為勾而甲辰圓球半徑為弦故以理分中末線之全分為股小分為勾求得弦與小分之比同於甲辰半徑與甲庚半邊之比即同於今所設之甲乙全徑與甲卯全邊之比也既得

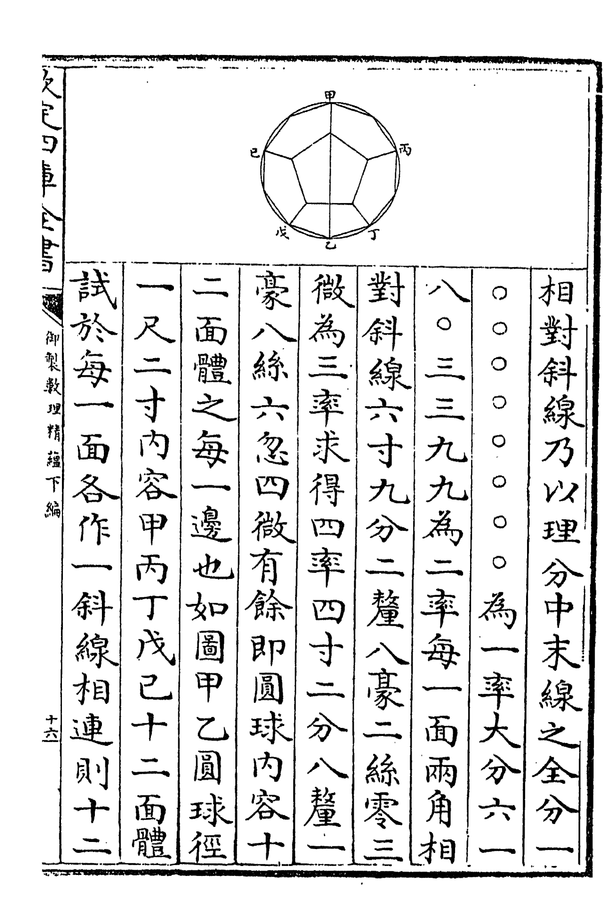


一邊則用五等邊形求面積法求得壬癸子丑寅五等邊形面積又求得巳癸五等邊形外切圜半徑(即分角線)乃以辰癸圓球半徑為弦(與辰甲等)巳癸分角線為勾求得辰巳股即圓球中心至內容十二面體每面中心之立垂線與壬癸子丑寅五等邊形面積相乘三歸之得辰壬癸子丑寅一五角尖體積十二因之即得圓球內容十二面體之總積也如有



十二面體之每一邊求外切圓球徑則先求得自中心至每邊正中之垂線為股半邊為勾求得弦倍之即圓球全徑也

又求邊法用求圓球内容正方體之一邊法以圓球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸三歸之得四十八寸開平方得六寸九分二釐八豪二絲零三微有餘為圓球内容十二面體每一面兩角



相對斜線乃以理分中末線之全分一○○○○○○○○○為一率大分六一八○三三九九為二率每一面兩角相對斜線六寸九分二釐八毫二絲零三微為三率求得四率四寸二分八釐一毫八絲六忽四微有餘即圓球內容十二面體之每一邊也如圖甲乙圓球徑一尺二寸內容甲丙丁戊己十二面體試於每一面各作一斜線相連則十二



斜線之二十四端合為八角遂成正方體形其十二面之十二斜線即正方體之十二邊其八角即正方體之八角皆切於圓球之面故用求球內容正方體法求得正方體之一邊即十二面體每一面兩角相對之斜線既得斜線則以理分中末線之全分與大分之比即同於兩角相對之斜線與每一邊之比而得十二面體之每一邊也如有十二面

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 三五六八二二〇九
三率 三
四率 四二八一八六五

體之每一邊求外切圓球徑則先求得每面兩角相對斜線為正方體之一邊用正方體求外切圓球徑之法亦即得圓球徑矣

又用求球內各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容十二面體之一邊三五六八二二〇九為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率四

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 三四八一四五四八二
三率 一七二八
四率 六〇一五九五三九二

寸二分八釐一豪八絲六忽五微有餘即圓球內容十二面體之一邊也

又用求球內各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容十二面體積三四八一四五四八二為二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一千七百二十八寸為三率求得四率六百零一寸五百九十

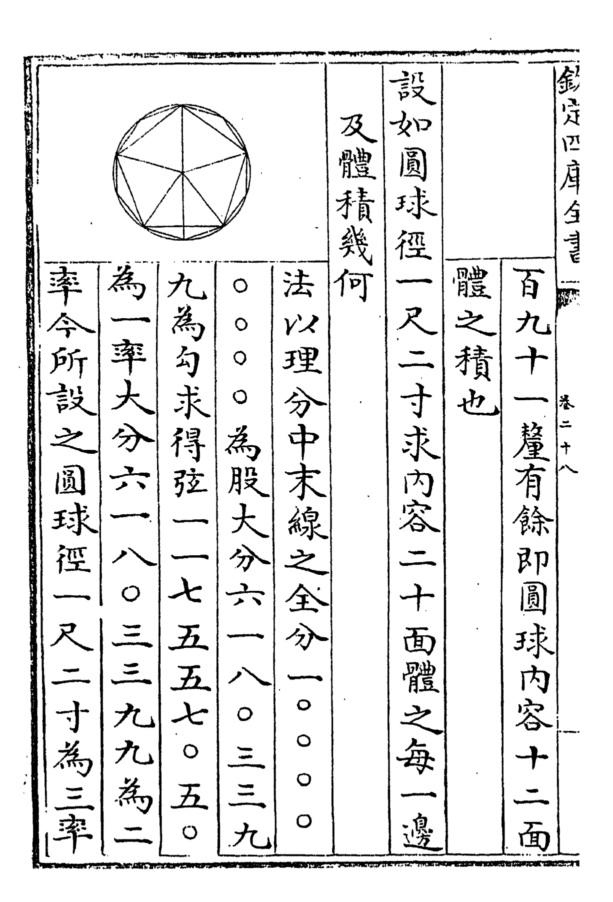
一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　六六四九〇八八九一
三率　九〇四七七八六八四
四率　六〇一三九五三九一

五分三百九十二釐有餘即圓球內容十二面體之積也

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容十二面體積六六四九〇八八九一為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率六百零一寸五百九十五分三

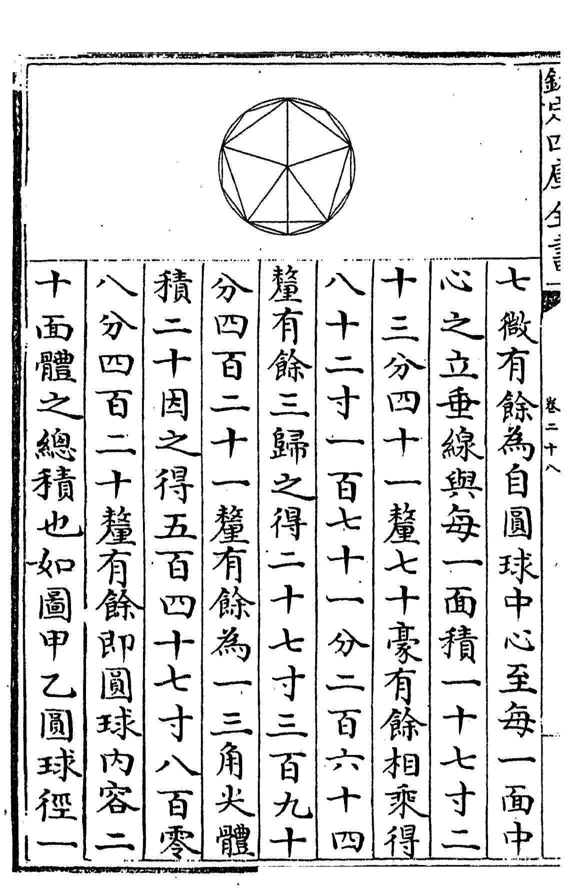
百九十一釐有餘即圓球內容十二面體之積也

設如圓球徑一尺二寸求內容二十面體之每一邊及體積幾何



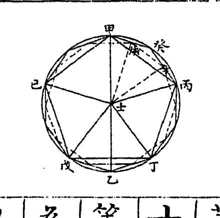
法以理分中末線之全分一○○○○○○○○為股大分六一八○三三九九為勾求得弦一一七五五七○五○為一率大分六一八○三三九九為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率

求得四率六寸三分零八毫七絲七忽三微有餘即圓球内容二十面體之每一邊也乃以二十面體之每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積一十七寸二十三分四十一釐七十毫有餘又用三等邊形求外切圜徑法求得半徑即分角線三寸六分四釐二毫三絲七忽一微有餘為勾圓球半徑六寸為弦求得股四寸七分六釐七毫九絲二忽



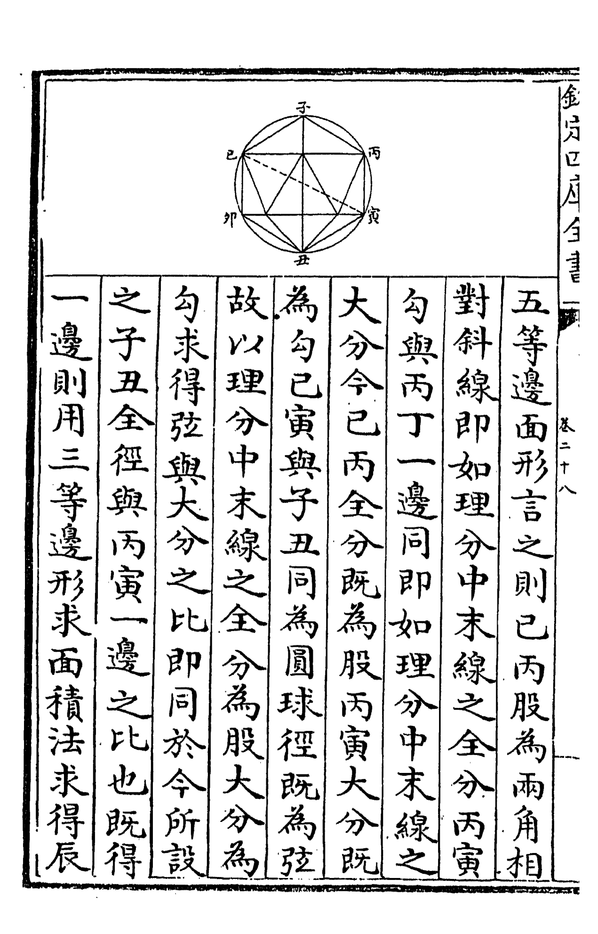
七微有餘為自圓球中心至每一面中心之立垂線與每一面積一十七寸二十三分四十一釐七十毫有餘相乘得八十二寸一百七十一分二百六十四釐有餘三歸之得二十七寸三百九十分四百二十一釐有餘為一三角尖體積二十因之得五百四十七寸八百零八分四百二十釐有餘即圓球內容二十面體之總積也如圖甲乙圓球徑一

尺二寸內容甲丙丁戊己二十面體自正中平分截之則成十等邊面形其所截之處皆正當每邊之一半故其所截之庚辛等線亦為甲丙每邊之一半而為十等邊形之一邊試自二十面體之甲癸一邊正中至中心壬作庚壬垂線即為所截十等邊形外切圜之半徑與甲庚每邊之半甲壬圓球半徑共成甲庚壬勾股形庚壬為股甲庚為勾甲壬



為弦庚壬即如理分中末線之全分甲庚即如理分中末線之大分何以知之蓋庚壬中心至每邊正中之斜線既為十等邊形外切圜之半徑庚辛既為十等邊形之一邊則庚辛為大分庚壬必為全分庚辛為每邊之半甲庚亦為每邊之半則甲庚亦即為大分矣因庚壬全分為股甲庚大分為勾甲壬圓球半徑為弦故以理分中末線之全分為股

大分為勾求得弦與大分之比同於甲壬半徑與甲庚半邊之比即同於今所設之甲乙圓球全徑與甲癸全邊之比也又圖子丑圓球内容子丙寅丑卯巳二十面體自丙巳二處橫截之則所截之面成圓内容甲丙丁戊巳五等邊面形試自二十面體之巳角至寅角作巳寅全徑線則成巳丙寅勾股形巳丙為股丙寅為勾巳寅為弦以甲丙丁戊巳



五等邊面形言之則巳丙股為兩角相對斜線即如理分中末線之全分丙寅勾與丙丁一邊同即如理分中末線之大分令巳丙全分既為股丙寅大分既為勾巳寅與子丑同為圓球徑既為弦故以理分中末線之全分為股大分為勾求得弦與大分之比即同於今所設之子丑全徑與丙寅一邊之比也既得一邊則用三等邊形求面積法求得辰

巳午三等邊形面積又求得未巳三等邊形外切圜半徑即分角線乃以壬巳圓球半徑與甲壬等為弦未巳分角線為勾求得壬未股即圓球中心至内容二十面體每面中心之立垂線與辰巳午三等邊形面積相乘三歸之得壬辰巳午一三角尖體積二十因之即得圓球内容二十面體之積也如有二十面體之一邊求外切圓球徑則先求得自中心

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 五二五七三一一
三率 一二
四率 六三〇八七七三

至每邊正中之垂線為股半邊為勾求得弦倍之即圓球全徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容二十面體之一邊五二五七三一一為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率六寸三分零八毫七絲七忽三微有餘即圓球內容二十面體之一邊也

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 三一七〇一八八三三
三率 一七二八
四率 五四七八〇八五四三

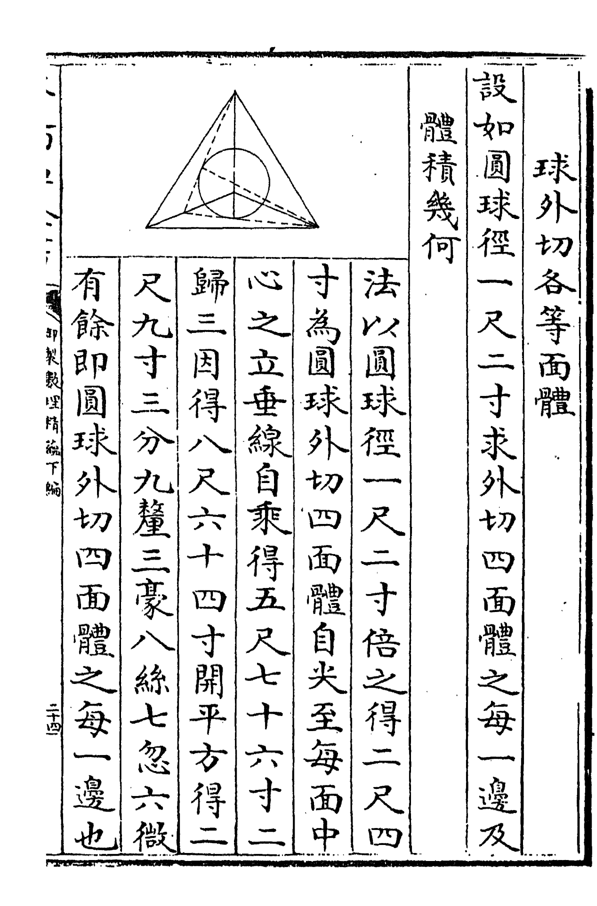
又用求球内各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球内容二十面體積三一七〇一八八三三為二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一千七百二十八寸為三率求得四率五百四十七寸八百零八分五百四十三釐有餘即圓球内容二十面體之積也

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　六〇五四六一三七二
三率　九〇四七七六六八四
四率　五四七六〇八五四三

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球内容二十面體積六〇五四六一三七二為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率五百四十七寸八百零八分五百四十三釐有餘即圓球内容二十面體之積也

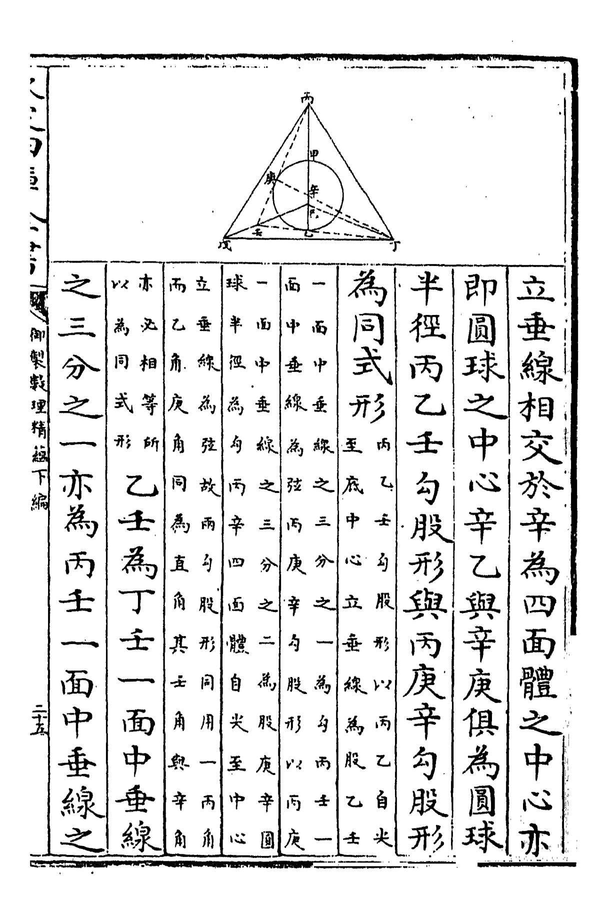
球外切各等面體

設如圓球徑一尺二寸求外切四面體之每一邊及體積幾何

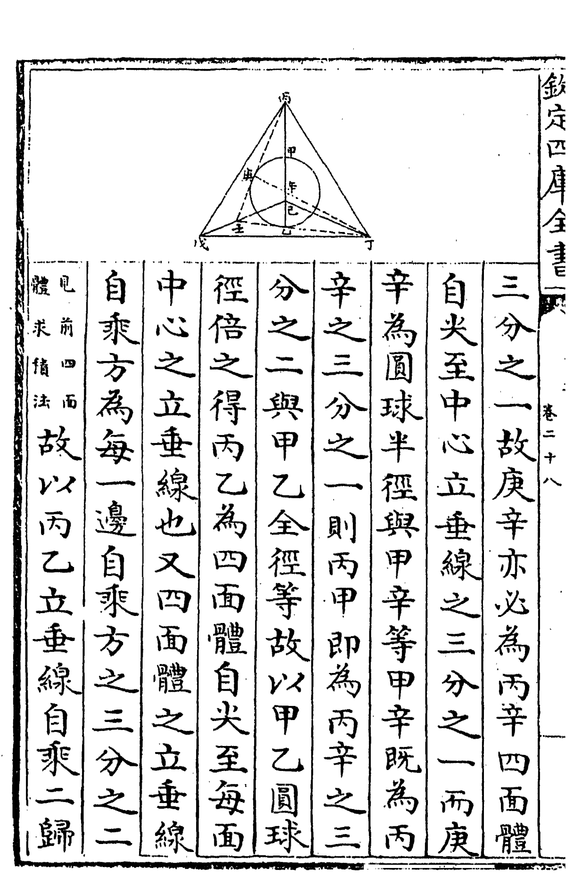


法以圓球徑一尺二寸倍之得二尺四寸為圓球外切四面體自尖至每面中心之立垂線自乘得五尺七十六寸二歸三因得八尺六十四寸開平方得二尺九寸三分九釐三豪八絲七忽六微有餘即圓球外切四面體之每一邊也

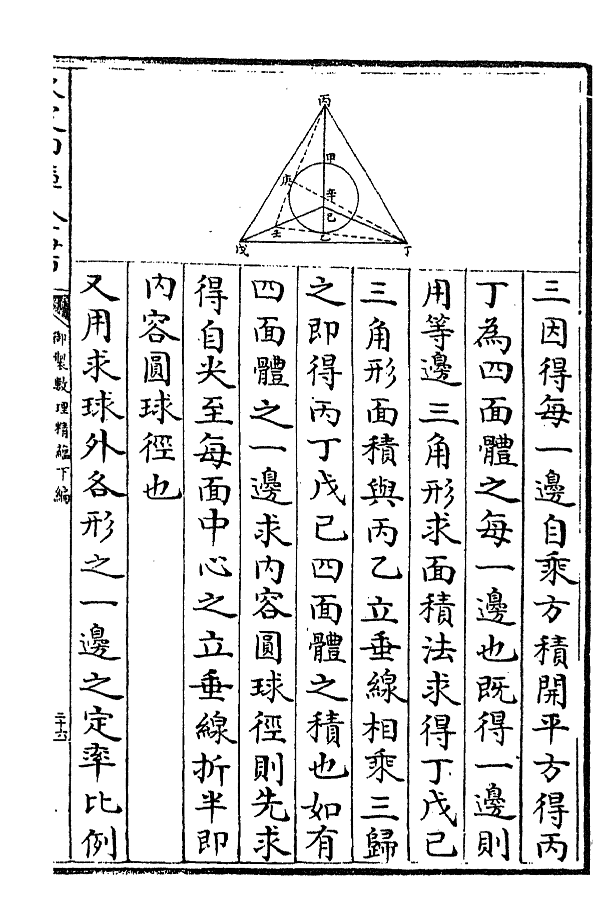
乃以四面體之每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積三尺七十四寸一十二分二十九釐七十二毫有餘與自尖至每面中心之立垂線二尺四寸相乘三歸之得二尺九百九十二寸九百八十三分七百七十六釐有餘即圓球外切四面體之積也如圖甲乙圓球徑一尺二寸外切丙丁戊己四面體丙乙與丁庚俱為自尖至每面中心之



立垂線相交於辛為四面體之中心亦即圓球之中心辛乙與辛庚俱為圓球半徑丙乙壬勾股形與丙庚辛勾股形為同式形丙乙壬勾股形以丙乙自尖至底中心立垂線為股乙壬一面中垂線之三分之一為勾丙壬一面中垂線為弦丙庚辛勾股形以丙庚一面中垂線之三分之二為股庚辛圓球半徑為勾丙辛四面體自尖至中心立垂線為弦故丙勾股形同用一丙角丙乙角庚角同為直角其壬角與辛角亦必相等所以為同式形乙壬為丁壬一面中垂線之三分之一亦為丙壬一面中垂線之



三分之一故庚辛亦必為丙辛四面體自尖至中心立垂線之三分之一而庚辛為圓球半徑與甲辛等甲辛既為丙辛之三分之一則丙甲即為丙辛之三分之二與甲乙全徑等故以甲乙圓球徑倍之得丙乙為四面體自尖至每面中心之立垂線也又四面體之立垂線自乘方為每一邊自乘方之三分之二（見前四面體求積法）故以丙乙立垂線自乘二歸



三因得每一邊自乘方積開平方得丙丁為四面體之每一邊也既得一邊則用等邊三角形求面積法求得丁戊己三角形面積與丙乙立垂線相乘三歸之即得丙丁戊己四面體之積也如有四面體之一邊求內容圓球徑則先求得自尖至每面中心之立垂線折半即內容圓球徑也

又用求球外各形之一邊之定率比例

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　二四四九四八九七四
三率　三
四率　二九三九三八七六

以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率球外切四面體之一邊二四四九四八九七四為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率二尺九寸三分九釐三豪八絲七忽六微有餘即圓球外切四面體之一邊也

又用求球外各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率球

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　一七三二〇五〇八〇七
三率　一七二八
四率　二九九二九八三七九四

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　三三〇七九七三三七二
三率　九〇四七七八六八四
四率　二九九二九八三七九四

外切四面體積一七三二〇五〇八〇七為二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為三率求得四率二尺九百九十二寸九百八十三分七百九十四釐有餘即圓球外切四面體之積也

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切四面體積三三〇七九七三

三七二為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率二尺九百九十二寸九百八十三分七百九十四釐有餘即圓球外切四面體之積也

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 三三〇七九七三三七二

三率 九〇四七七八六八四

四率 二九九二九八三七九四

設如圓球徑一尺二寸求外切正方體之每一邊及體積幾何

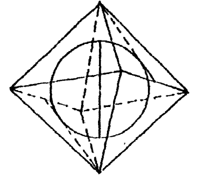
法因圓球徑一尺二寸即外切正方體

之每一邊自乘再乘得一尺七百二十八寸即外切正方體積故他法皆不設止存此題以備一體焉

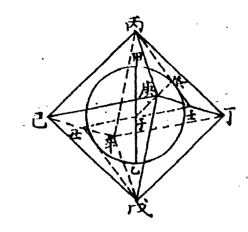


設如圓球徑一尺二十寸求外切八面體之每一邊及體積幾何

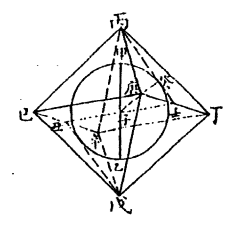
法以圓球徑一尺二十寸折半得六十寸為圓球外切八面體中心至每面中心之立垂線自乘得三十六寸六因之得二百一十六寸開平方得一尺四寸六分



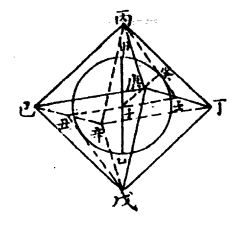
九釐六豪九絲三忽八微有餘即圓球外切八面體之每一邊也乃以八面體之每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積九十三寸五十三分零七釐四十三豪有餘與圓球半徑六寸相乘三歸之得一百八十七寸零六十一分四百八十六釐有餘為一三角尖體積八因之得一尺四百九十六寸四百九十一分八百八十八釐有餘即圓球



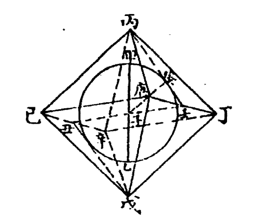
外切八面體之總積也如圖甲乙圓球徑一尺二寸外切丙丁戊已庚辛八面體自丁辛已庚四角平分之則成丙丁辛已庚戊已庚丁辛二尖方體將二尖方體自尖依各稜直剖之則又得子丙丁庚類八三角尖體圓球之外面皆切於各面之中心圓球之半徑即外切八面體中心至每一面中心之立垂線試自丙角至丁庚邊正中壬作丙壬一面



中垂線又自八面體中心子至丙丁庚面中心癸作子癸立垂線復自八面體中心子至丁庚邊正中壬作子壬線遂成壬癸子勾股形此形以子癸立垂線即圓球半徑為股丙壬一面中垂線之三分之一癸壬為勾八面體中心至每邊正中斜線子壬為弦子壬即八面體每邊之一半蓋壬丑與庚己平行其度相等折半於子故為每邊之半夫癸壬既為丙壬一面中垂線之三分之一則癸壬自



乘方必為丙壬一面中垂線自乘方之九分之一而丙壬一面中垂線自乘方原為丙丁每邊自乘方之十二分之九則癸壬自乘方必為丙丁每邊自乘方之十二分之一又子壬既為每邊之半則其自乘方必為每邊自乘方之四分之一令命為十二分之三癸壬勾自乘方既為每邊自乘方十二分之一子壬弦自乘方又為每邊自乘方十二分之



三則子癸股自乘方必為每邊自乘方十二分之二即六分之一故以子癸圓球半徑自乘六因之得每邊自乘方積開平方得八面體之每一邊也既得每一邊則用等邊三角形求面積法求得丙丁庚一面積與子癸圓球半徑相乘三歸之得子丙丁庚一三角尖體積八因之即得丙丁戊己庚辛八面體之總積也如有八面體之一邊求內容圓球

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率　一二二四七四四八七

三率　三

四率　一四六九六九三八

徑則求得自中心至每一面中心之立垂線即内容圓球之半徑也

又用求球外各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切八面體之一邊一二二四七四四八七為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率一尺四寸六分九釐六毫九絲三忽八微有餘即圓球外切八面體之一邊也

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 八六六〇二五四〇三

三率 一七二八

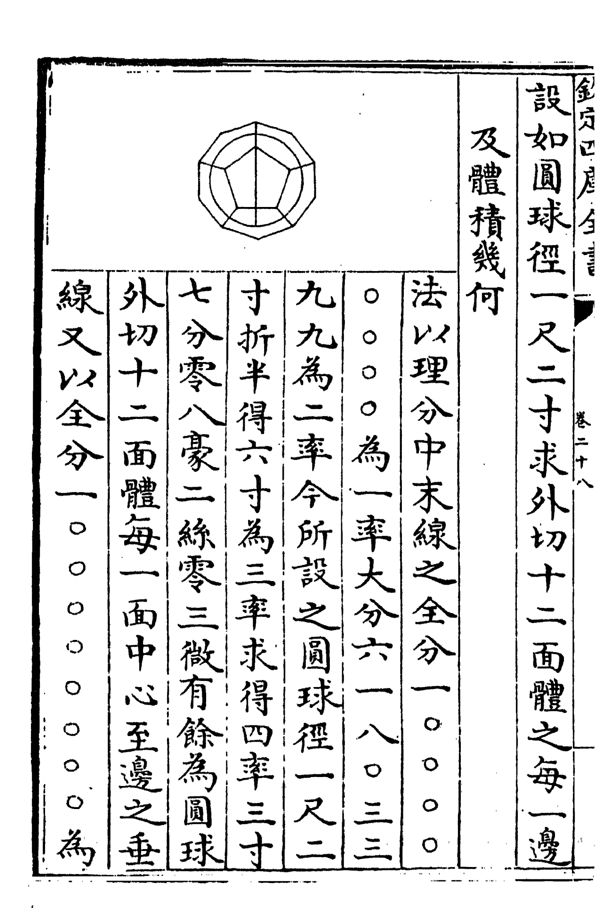
四率 一四九六四九一八九六

又用求球外各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切八面體積八六六〇二五四〇三為二率今所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為三率求得四率一尺四百九十六寸四百九十一分八百九十六釐有餘即圓球外切八面體之積也

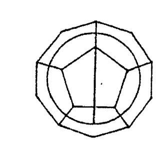
一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一六五三九八六八六
三率 九〇四七七八六八四
四率 一四九六四九一八九七

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切八面體積一六五三九八六六八六為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率一尺四百九十六寸四百九十一分八百九十七釐有餘即圓球外切八面體之積也

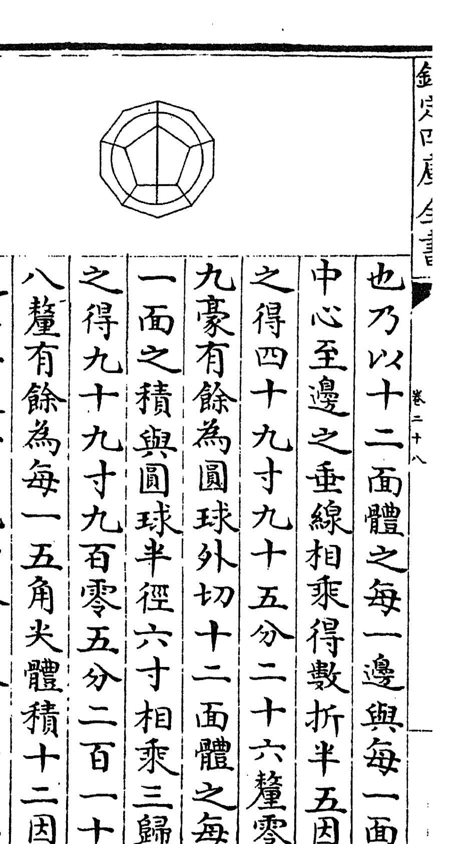
設如圓球徑一尺二寸求外切十二面體之每一邊及體積幾何



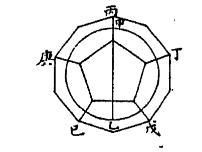
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率大分六一八〇三三九九為二率今所設之圓球徑一尺二寸折半得六寸為三率求得四率三寸七分零八豪二絲零三微有餘為圓球外切十二面體每一面中心至邊之垂線又以全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為



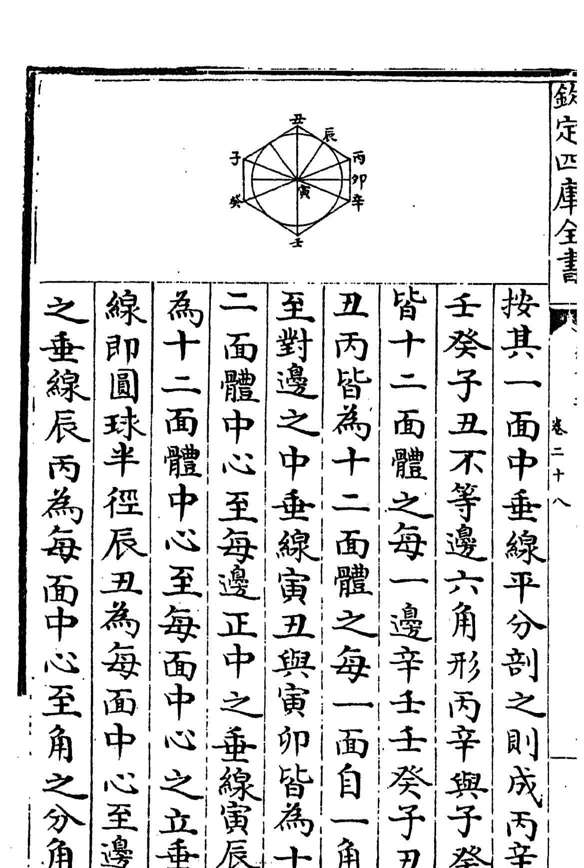
一率倍小分七六三九三二〇二為二率今所設之圓球半徑六寸為三率求得四率四寸五分八釐三毫五絲九忽二微有餘為每一面中心至角之分角線乃以每一面之分角線為弦每一面中心至邊之垂線為股求得勾二寸六分九釐四毫一絲六忽八微有餘倍之得五寸三分八釐八毫三絲三忽六微有餘即圓球外切十二面體之每一邊



也乃以十二面體之每一邊與每一面中心至邊之垂線相乘得數折半五因之得四十九寸九十五分二十六釐零九毫有餘為圓球外切十二面體之每一面之積與圓球半徑六寸相乘三歸之得九十九寸九百零五分二百一十八釐有餘為每一五角尖體積十二因之得一尺一百九十八寸八百六十二分六百一十六釐有餘即圓球外切十

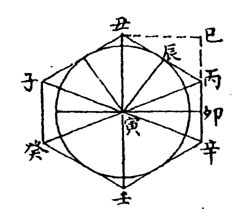


二面體之總積也蓋圓球外切十二面體其圓球之外面皆切於各面之中心圓球之半徑即外切十二面體中心至每一面中心之立垂線以圓球半徑為理分中末線之全分則外切十二面體之每一面中心至邊之垂線（即五等邊形內容圓半徑）為大分每一面中心至角之分角線（即五等邊形外切圓半徑）為倍小分如甲乙圓球徑一尺二寸外切丙丁戊己庚十二面體

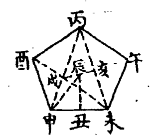


按其一面中垂線平分剖之則成丙辛壬癸子丑不等邊六角形丙辛與子癸皆十二面體之每一邊辛壬壬癸子丑丑丙皆為十二面體之每一面自一角至對邊之中垂線寅丑與寅卯皆為十二面體中心至每邊正中之垂線寅辰為十二面體中心至每面中心之立垂線即圓球半徑辰丑為每面中心至邊之垂線辰丙為每面中心至角之分角

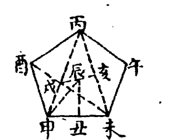
線令以寅辰為全分則辰丑為大分辰丙為倍小分何以知之寅卯既為十二面體中心至每邊正中之垂線平分丙辛邊於卯故丙卯為每邊之半寅卯為全分則丙卯為小分蓋十二面體中心至每邊正中之垂線為全分則其每一面兩角相對斜線之一半為大分而每邊之半即為小分見球內容十二面體法試依寅卯全分度作丑巳卯寅正方形則丑巳與巳卯亦皆為全分巳卯既為全分而丙卯又為小分則



巳丙即為大分丑巳丙勾股形與寅辰丑勾股形為同式形寅辰丑勾股形之丑角與寅角併之共九十度而寅辰丑勾股形之丑角與丑巳丙勾股形之丑角併之亦共九十度故此二勾股形之巳丑丙角與丑寅辰角為相等辰角與巳角又同為直角共餘一角亦必等故為同式形丑巳丙勾股形之丑巳股為全分則巳丙勾為大分寅辰丑勾股形之寅辰股為全分則辰丑勾亦即為大分故以寅辰圓球半徑與辰丑每面中心至邊之垂線之比即同於理分

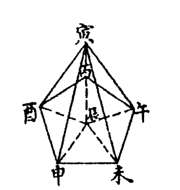


中末線之全分與大分之比也又凡五等邊形自心至邊之垂線為大分則自心至角之分角線即為倍小分如丙午未申酉五等邊形其辰丑垂線為大分則辰申分角線為倍小分何以知之蓋丙未兩角相對斜線為全分則未甲一邊為大分而酉未與丙申兩兩角相對斜線相交所截戌申一段即為小分戌連比例三率故丙戌與戌未亦皆為大



分與未申等試自戊至亥作戊亥垂線平分丙未兩角相對斜線於亥則成丙亥戊勾股形與辰丑申勾股形為同式形辰丑申勾股形之辰角當丑申半邊所對之弧為未申邊所對之弧之一半故辰丑申勾股形之辰角與丙戊亥勾股形之丙角等丑角與亥角又同為直角其餘一角亦必等故為同式形夫丙未為全分則丙戊為大分丙未為大分則丙戊為小分若以丙未之半丙亥為大分則丙戊即為倍小分故以辰丑垂線為大分則辰

申分角線亦即為倍小分今圓球半徑與每面中心至邊之垂線之比既同於全分與大分之比則圓球半徑與每面分角線之比亦即同於全分與倍小分之比也既得辰丑垂線又得辰申分角線則用股弦求勾法求得丑申勾倍之得未申即圓球外切十二面體之每一邊既得每一邊又得每面中心至邊之垂線則以辰丑每面中心至邊之垂線



與未申一邊相乘折半五因之得丙午未申酉五等邊形面積與寅辰圓球半徑相乘三歸之得寅丙午未申酉一五角尖體積十二因之即得丙丁戊己庚十二面體之總積也如有十二面體之一邊求內容圓球徑則求得十二面體中心至每面中心之立垂線即內容圓球之半徑也

又用求球外各形之一邊之定率比例

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 四四九〇二七九七
三率 一二
四率 五三八八三三五

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 六九三七八六三六七
三率 一七二八
四率 一一九八八六二八四〇

以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切十二面體之每一邊四四九〇二七九七為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率五寸三分八釐八毫三絲三忽五微有餘即圓球外切十二面體之一邊也

又用求球外各形之體積之定率比例以定率之圓球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 六九三七八六三六七
三率 一七二八
四率 一一九八八六二八四〇

球外切十二面體積六九三七八六三六七為二率令所設之圓球徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為三率求得四率一尺一百九十八寸八百六十二分八百四十釐有餘即圓球外切十二面體之積也

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切十二面體積一三二五〇三

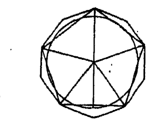
四三五八為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率一尺一百九十八寸八百六十二分八百四十二釐有餘即圓球外切十二面體之積也

一率 一○○○○○○○○
二率 一三二五○三四三六
三率 九○四七七八六八四
四率 一一九八八六二六四三

設如圓球徑一尺二寸求外切二十面體之每一邊及體積幾何

法以理分中末線之全分一○○○○

○○○○為一率小分三八一九六六○一為二率今所設之圓球徑一尺二寸折半得六寸為三率求得四率二寸二分九釐一毫七絲九忽六微有餘為圓球外切二十面體每一面中心至邊之垂線三因之得六寸八分七釐五毫三絲八忽八微有餘為每一面自一角至對邊之中垂線自乘三歸四因開平方得七寸九分三釐九毫零一忽四微

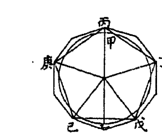


有餘即圓球外切二十面體之每一邊也乃以二十面體之每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積二十七寸二十九分一十九釐有餘與圓球半徑六寸相乘三歸之得五十四寸五百八十三分八百釐有餘為一三角尖體積二十因之得一尺九十一寸六百七十六分有餘即圓球外切二十面體之總積也蓋圓球外切二十面體其圓球

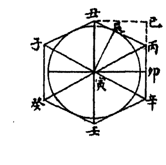
之外面皆切於各面之中心圓球之半徑即外切二十面體中心至每一面中心之立垂線以圓球半徑為理分中末線之全分則外切二十面體之每一面中心至邊之垂線（即三等邊形內容圓半徑）為小分每一面中心至角之分角線（即三等邊形外切圓半徑）為倍小分其每一面自一角至對邊之中垂線為三小分如甲乙圓球徑一尺二寸外切丙丁戊己庚二十面體按



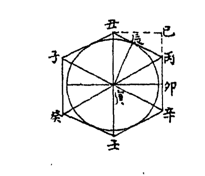




其一面中垂線平分剖之則成丙辛壬癸子丑不等邊六角形丙辛與癸子皆二十面體之每一邊丑丙辛壬壬癸子丑皆為二十面體之每一面自一角至對邊之中垂線寅丑與寅卯皆為二十面體中心至每邊正中之垂線寅辰為二十面體中心至每面中心之立垂線即圓球半徑辰丑為每面中心至邊之垂線辰丙為每面中心至角之分角線



今以寅辰爲全分則辰丑爲小分辰丙爲倍小分丙丑即爲三小分也何以知之寅卯既爲二十面體中心至每邊正中之垂線平分丙辛邊於卯故丙卯爲每邊之半寅卯爲全分則丙卯爲大分蓋二十面體中心至每邊正中之垂線爲全分則每邊之半爲大分見球内容二十面體法試依寅卯全分度作巳卯寅丑正方形則丑巳與巳卯亦皆爲全分巳卯既爲全分丙丙卯又爲大分則巳丙



即為小分丑巳丙勾股形與寅辰丑勾股形為同式形丑巳丙勾股形之丑巳股為全分則巳丙勾為小分寅辰丑勾股形之寅辰股為全分則辰丑勾為小分故以寅辰圓球半徑與辰丑每面中心至邊之垂線之比即同於理分中末線之全分與小分之比也既得辰丑每面中心至邊之垂線則以三因之即得丙丑每面自一角至對邊之中垂線而

每面自一角至對邊之中垂線自乘方為每邊自乘方之四分之三故以所得丙丑每面自一角至對邊之中垂線自乘三歸四因開平方即得午未為圓球外切二十面體之每一邊既得午未一邊與丙丑每面自一角至對邊之中垂線相乘折半得丙午未一三角形面積與寅辰圓球半徑相乘三歸之得寅丙午未一三角尖體積二十因之即得丙

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 六六一五八四五三
三率 一二
四率 七九三九〇四

丁戊己庚二十面體之總積也如有二十面體之每一邊求內容圓球徑則求得二十面體中心至每面中心之立垂線即內容圓球之半徑也

又用求球外各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切二十面體之每一邊六六一五八四五三為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　六三一七五六九九
三率　一七二八
四率　一〇九一六七六〇九四

七寸九分三釐九毫零一忽四微有餘
即圓球外切二十面體之一邊也
又用求球外各形之體積之定率比例
以定率之圓球徑自乘再乘之正方體
積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓
球外切二十面體積六三一七五六九
九九為二率今所設之圓球徑一尺二
寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為
三率求得四率一尺九十一寸六百七

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二〇六五六六九九一
三率	九〇四七七八六八四
四率	一〇九一六七六〇九四

十六分零九十四釐有餘即圓球外切二十面體之積也

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球外切二十面體積一二〇六五六六九九一為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率一尺零九十一寸六百七十

六分零九十四釐有餘即圓球外切二十面體之積也